

## MATEMÁTICA I (Análisis)

### Plan de Estudios VI – 1992

- **DATOS GENERALES DE LA ASIGNATURA** *Esta materia es obligatoria del segundo semestre del primer año de la carrera de Contador Público.*
  
- **Carga Horaria:**
  - Total: 96
  - Semanal: 6
  
  - Distribución Teoría y Práctica: 48 hs de teoría y en 48 hs, distribuidas semanalmente en 3 hs de clases teóricas y 3 hs de clases prácticas.
  
- **Ciclo del Plan de Estudios:** Plan VI: Básico
- **Régimen de cursada:** Semestral
- **Carácter:** Obligatorio
- **Modalidad:** Teórico-Práctica
- **Asignaturas correlativas necesarias:** cursadas aprobadas de las materias Contabilidad Superior I, Administración I e Introducción a la Economía y Estructura Económica Argentina.

### 1. OBJETIVOS

Una vez transitado por esta asignatura el alumno deberá haber incorporado habilidades para:

- Adquirir el lenguaje preciso del análisis matemático y su valoración en la construcción de modelos matemáticos en las ciencias cuantificables.
- Comprender los temas de la materia con la máxima rigurosidad matemática posible según el nivel de profundidad alcanzado, y saber apreciar su utilidad en las aplicaciones sencillas.
- Desarrollar hábitos para analizar los supuestos de las teorías utilizadas y para interpretar los resultados obtenidos mediante la aplicación de las herramientas analíticas.

- Reconocer las ventajas y las limitaciones de la matemática como proveedora de respuestas a problemas provenientes de las ciencias cuantificables.

## 2. CONTENIDOS

### ▪ **Contenidos Mínimos**

- *Funciones*
- *Límites*
- *Derivadas. Aplicaciones.*
- *Diferenciales. Integrales.*
- *Sucesiones. Series.*
- *Funciones con más de una variable.*
- *Ecuaciones diferenciales.*

### ▪ **Programa Analítico**

Unidad (I) NUMEROS REALES:

1. Números reales. Propiedades como cuerpo arquimediano ordenado completo.
2. Valor absoluto.
3. Intervalos.
4. Supremo e ínfimo de un subconjunto de números reales.

Unidad (II) NOCION DE FUNCION:

1. Noción de función.
2. Diferentes tipos de funciones básicas: lineal, valor absoluto, cuadrática, polinómica, racional, funciones trigonométricas, exponencial, logarítmica.
3. Modelos funcionales en general y modelos específicos en economía.

Unidad (III) LIMITES Y CONTINUIDAD:

1. Definición de límites. Propiedades. Cálculo.
2. Límites laterales.

3. Límites al infinito y límites infinitos. Propiedades. Cálculo. Asíntotas horizontales, verticales y oblicuas.
4. Continuidad de una función en un punto y en un intervalo.
5. Propiedad de las funciones continuas.
6. Funciones discontinuas.
7. Teoremas de los valores intermedios de Bolzano y de los valores extremos de Weierstrass.

Unidad (IV) DERIVADA:

1. Definición e interpretación geométrica.
2. Derivadas laterales. Derivabilidad y continuidad.
3. Ecuaciones de las rectas tangente y normal al gráfico de una función.
4. Derivadas de funciones elementales.
5. Reglas de derivación.
6. Método de derivación logarítmica.
7. Derivación implícita.
8. Aplicaciones: costo marginal y costo medio. Ingreso marginal e ingreso medio.

Unidad (V) APLICACIONES DE LA DERIVADA: DIFERENCIAL Y ELASTICIDAD

1. Diferencial. Definición e interpretación geométrica.
2. Uso de la diferencial en aproximaciones.
3. Elasticidad. Definición. Reglas.
4. Elasticidad de la demanda.

Unidad (VI) CONSECUENCIAS DE LA DERIVADA:

1. Teoremas del valor medio de Rolle, de Lagrange y de Cauchy.
2. Variación de funciones: crecimiento y decrecimiento. Extremos relativos y absolutos.
3. Aplicación a problemas de maximización de ganancias, minimización de costos, etc.
4. Derivadas sucesivas. Fórmula de Taylor.
5. Límites indeterminados resolubles mediante la regla de L'Hôpital.
6. Concavidad hacia arriba y hacia abajo. Puntos de inflexión.

7. Estudio de funciones. Trazado de curvas.

Unidad (VII) INTEGRALES INDEFINIDAS:

1. Primitivas o antiderivadas. Definición. Propiedades.
2. Métodos de integración: inmediatas, sustitución, por partes y de funciones racionales por descomposición en fracciones simples.

Unidad (VIII) INTEGRALES DEFINIDAS E IMPROPIAS:

1. Definición de integral definida. Relación con el área bajo el gráfico de una función.
2. Propiedades.
3. Teorema del valor medio del cálculo integral.
4. Teorema fundamental. Regla de Barrow.
5. Aplicaciones económicas.
6. Integrales impropias. Definición. Convergencia y divergencia.

Unidad (IX) SUCESIONES Y SERIES NUMÉRICAS:

1. Definición de sucesión. Límite de una sucesión. Sucesiones convergentes
2. Propiedades de las sucesiones convergentes.
3. Definición de serie numérica. Sucesión de sumas parciales. Series convergentes.
4. Serie geométrica y serie armónica.
5. Condición necesaria de convergencia de una serie.
6. Criterios de convergencia de series de términos no negativos: criterio de comparación, criterio de D'Alembert, criterio de Cauchy, criterio de la integral, criterio de comparación en el límite.
7. Series alternadas. Criterio de Leibnitz.
8. Convergencia absoluta de una serie. Propiedades.

Unidad (X) ECUACIONES DIFERENCIALES SENCILLAS:

1. Ecuaciones diferenciales. Orden, grado; solución. Las ecuaciones diferenciales en modelos dinámicos.
2. Resolución de ecuaciones de primer orden. Método de separación de variables.
3. Ecuaciones diferenciales y elasticidad de una función.

Unidad (XI) FUNCIONES DE DOS VARIAS VARIABLES:

1. Conjuntos del plano y del espacio.
2. Función de dos variables. Curvas y superficies de nivel. Sustitución de productos. Curvas de indiferencia.
3. Derivadas parciales. Definición, interpretación geométrica y cálculo. Noción de diferenciabilidad. Plano tangente y recta normal. Función marginal parcial. Elasticidad parcial.
4. Extremos de funciones. Extremos libres. Condiciones de primer y de segundo orden. Extremos restringidos o condicionados. Método de los multiplicadores de Lagrange. Aplicaciones a modelos económicos.

### 3. METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA

La metodología general de la asignatura es la de un curso teórico/práctico.

Cada semana de clase se desarrolla en 2 bloques de 3 hs cada uno, uno de ellos de clase de teoría y el otro bloque de clases prácticas. Esto es, durante 3 hs se dicta la teoría (a cargo del profesor Titular del curso o de un profesor Adjunto) y luego, en las otras 3 hs se realiza la actividad práctica (a cargo de los auxiliares docentes).

Las exposiciones teóricas pueden impartirse en pizarra y mediante el uso de otro soportes visuales como proyectores para presentaciones por diapositivas; en ellas se trabaja sobre los conceptos básicos de cada tema, exhibiendo sus propiedades y sus consecuencias, pero además se avanza en ejemplos concretos, que ayudan al alumno a entender mejor las explicaciones así como sus distintas aplicaciones.

En las clases prácticas se desarrollan ejercicios propuestos en guías de trabajos prácticos y se plantea la resolución de problemas de aplicación. Se espera que en estas clases los alumnos tengan un rol más activo, y que haya interacción entre alumnos y docentes.

### 4. DESCRIPCIÓN ANALÍTICA DE ACTIVIDADES TEÓRICAS Y PRÁCTICAS

Las actividades teóricas y prácticas de cada tema se desarrollan de manera coordinada de modo que las actividades prácticas acompañen a los temas impartidos en las clases teóricas.

Las actividades previstas en las clases teóricas comienzan con una somera introducción descriptiva de los temas a aprender, focalizando en las consecuencias esperadas de esos temas y en las aplicaciones de los mismos. De ser necesario se hace una síntesis de los conceptos ya aprendidos en clases anteriores que sean insumos del temario del día. A continuación se desarrollan en profundidad las nociones y propiedades propias del tópico en desarrollo, remarcando la importancia de las definiciones claras y de la precisión de los teoremas. En este punto se señalan las limitaciones de las hipótesis de los enunciados y se exhiben contraejemplos apropiados para cada situación. Por último, y siempre que se esté en el cierre de una unidad temática, se hace un resumen de la misma con la participación de los alumnos.

Por su lado, las clases prácticas se inician con una reseña de los temas teóricos propios del conjunto de ejercicios propuestos para su resolución en la guía de ejercitaciones. El docente a cargo discute en la pizarra la resolución de los ejercicios introductorios junto con la participación del alumnado, para luego dar lugar a un espacio para la reflexión del resto de los ejercicios por parte de los estudiantes atendiendo a las consultas que éstos puedan presentar. Cuando sea pertinente, en especial cuando se dé paso al cierre de una unidad, se pasa revista a los temas visto en la misma.

A continuación se detallan los temas de las actividades en las diferentes semanas, sobre la base de 30 clases de 1 h 30 min cada una.

Clase 1: Números reales. Orden lineal, propiedades. Valor absoluto, propiedades. Intervalos.

Clase 2: Concepto de función, dominio, codominio, imagen. Gráfico. Aplicación de desigualdades en la determinación de dominios. Función par, impar, inyectiva, suryectiva, biyectiva. Suma, resta, producto, cociente de funciones.

Clase 3: Composición de funciones Inversa de una función. Ejemplos usando funciones lineales, cuadráticas, polinomios, racionales y raíces.

Clase 4: Exponenciales, logaritmos. Trigonométricas e inversas del seno, coseno y tangente. Gráficos típicos. Identidades trigonométricas básicas.

Clase 5: Noción intuitiva de límite finito para variable finita. Cálculo por evaluación y por factorización (caso de racionales). Límites laterales. No existencia de límites.

Clase 6: Propiedades de límites: unicidad, suma, resta, producto y cociente. Límites infinitos. Definición de asíntota vertical. Límites para variable tendiendo a infinito.

Clase 7: Definición de asíntota horizontal y de asíntota oblicua. Ejemplos con funciones racionales.

Clase 8: Continuidad de una función en un punto. Discontinuidad. Continuidad lateral. Propiedades de funciones continuas.

Clase 9: Definición de derivada como pendiente de la recta tangente. Ecuaciones de recta tangente y de recta normal. Funciones derivables y no derivables ( $|x|$  en 0).

Clase 10: Derivadas de funciones sencillas. Propiedades. Derivable en un punto implica continua en el punto, derivada de suma, resta, producto y cociente.

Clase 11: Derivada de la función compuesta (regla de la cadena) . Derivada de la inversa. Derivadas de inversas. Completar la tabla de derivadas.

Clase 12: Derivación logarítmica (como aplicación de la regla de la cadena). Desarrollar el concepto de diferencial. Tener en cuenta la definición, la interpretación como el incremento de la recta tangente en el punto. Propiedades de la diferencial y su uso para aproximar valores de funciones derivables en las cercanías de puntos conocidos.

Clase 13: Desarrollar el concepto de elasticidad de una función. Definición y definiciones alternativas. Ventaja frente a la derivada. Propiedades matemáticas de suma, resta, producto, cociente, composición de funciones, de potencias y de exponenciales con exponente lineal.

Clase 14: Estudio de funciones. Definiciones de máximos y mínimos globales y locales. Funciones crecientes, estrictamente crecientes, decrecientes y estrictamente decrecientes. Enunciar el Teorema de extremos globales de Weierstrass en un intervalo cerrado para una función continua. Enunciar y demostrar la condición necesaria de extremo local (condición de Fermat)

Clase 15: Definición de punto crítico para función derivable y para no derivable. Teoremas del valor medio. Teorema del valor medio de Rolle. Interpretación geométrica.

Clase 16: Teorema del valor medio de Lagrange. Interpretación geométrica. Consecuencias: si  $f$  es continua en un intervalo cerrado y derivable en el abierto con  $f' = 0$  en el intervalo abierto, entonces  $f = \text{cte}$ ; si  $f$  es continua en un intervalo cerrado y derivable en el abierto con  $f' > 0$  en el intervalo abierto, entonces  $f$  es estrictamente creciente; si  $f$  es continua en un intervalo cerrado y derivable en el abierto con  $f' < 0$  en el intervalo abierto, entonces  $f$  es estrictamente decreciente.

Clase 17: Criterio de la derivada primera para clasificar extremos locales. Cálculo de extremos globales.

Clase 18: Aplicación a desigualdades sencillas no triviales y problemas de máximo y mínimo de aplicación.

Clase 19: Intervalo de concavidad hacia arriba (o hacia abajo) de una función. Derivada segunda. Caracterización intuitiva con la segunda derivada de la concavidad. Puntos de inflexión. Criterio de la derivada segunda para clasificación de puntos críticos.

Clase 20: Regla de L'Hopital para límites indeterminados. Ejemplos de estudios completos de funciones.

Clase 21: Derivadas de orden superior. Polinomio de Taylor y Fórmula de Taylor. Dar la forma de Lagrange del resto.

Clase 22: Primitiva de una función. Ausencia de unicidad. Integral indefinida. Tabla de primitivas inmediatas. Propiedades de primitivas. Método de integración por sustitución. Ej: primitiva de tangente.

Clase 23: Método de integración por partes. Ej: primitiva de logaritmo. Integración cíclica. Método de integración por descomposición en fracciones simples (caso de raíces reales únicamente).

Clase 24: Área bajo el gráfico de una función. Función área. Integral definida: propiedades. Teorema del valor medio para integrales.

Clase 25: Teorema fundamental del cálculo integral. Regla de Barrow. Cálculo de integrales definidas. Área (plana) entre gráficos de funciones. Integrales impropias.

Clase 26: Definición de sucesión. Límite de una sucesión. Sucesiones convergentes. Propiedades de las sucesiones convergentes. Definición de serie numérica. Sucesión de sumas parciales. Series convergentes.



Clase 27: Serie geométrica y serie armónica. Condición necesaria de convergencia de una serie. Criterios de convergencia de series de términos no negativos: criterio de comparación, criterio de D'Alembert, criterio de Cauchy, criterio de la integral, criterio de comparación en el límite.

Clase 28: Series alternadas. Criterio de Leibnitz. Convergencia absoluta de una serie. Propiedades.

Clase 29: Noción de ecuación diferencial ordinaria. Resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias por variables separables. Funciones de dos variables a valores reales. Idea del gráfico.

Clase 30: Derivadas parciales: definición e interpretación gráfica. Definición de extremos. Extremos libres y clasificación de puntos críticos. (condiciones suficientes). Extremos restringidos: multiplicadores Lagrange (sólo condiciones necesarias).

## 5. FORMAS DE EVALUACIÓN

Por tener carácter teórico-práctico, y en cumplimiento con la reglamentación respectiva vigente, esta asignatura requiere la aprobación de dos parciales escritos de práctica para regularizar los trabajos prácticos. El alumno debe obtener una calificación de 4 puntos o más en cada parcial para aprobar los trabajos prácticos (condición regular de alumno).

La aprobación de la materia se completa mediante el examen final. El alumno puede rendir este examen tanto en su condición de alumno regular como de alumno libre. Bajo esta última condición la exigencia en el examen final es mayor que la correspondiente para la condición de alumno regular

## 6. BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía básica

- Chiang, Alpha y Wainwright, Kevin: Principios fundamentales de la Economía Matemática. McGraw Hill. Cuarta edición. 2006.
- Larson Ron, Edwards Bruce y Hostetler Robert: Cálculo I. McGraw Hill. Octava edición. 2005.
- Stewart, James: Cálculo Trascendentes tempranas . Editorial Cengage Learning (Antigua Thompson Internacional). Edición 2008.

- Stewart, James: Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas. Editorial Cengage Learning (Antigua Thompson Internacional). Edición 2008.

#### Bibliografía complementaria

- De Burgos, Juan: Cálculo infinitesimal en una variable. McGraw Hill. Segunda edición. 2007.
- Leithold, Louis: Cálculo con Geometría Analítica. Oxford University Press. Séptima edición. 1998.
- Seeley, Robert: Calculus. Ed. Harcourt Brace Jovanovich. Primera edición. 1990.
- Swokowski, Earl: Cálculo con Geometría Analítica. Grupo Editorial Iberoamérica. Primera edición. 1989.
- Zill, Dennis G.: Cálculo, con Geometría Analítica. Grupo Editorial Iberoamérica. Primera edición. 1992.